Lycée7/11 Sahline A.S :2006/2007

Devoir de synthèse N°2

(rattrapage) Classes 4èmesc

Durée : 2.h

Exercice

Dans l'espace ξ rapporté à un repère orthonormé $\left(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

On donne les points A(1,1,-2) ;B(1,2,-2) et C (0,1,1)

1) Montrer que les points A ,B et C définissent un plan P.
2) Soit $\vec{n}=3\vec{i}+\vec{k}$

a) Calculer $\vec{n}.\overrightarrow{AB}$ et $\vec{n}.\overrightarrow{AC}$

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan P et 3x + z – 1 = 0

3) Soit Q le plan perpendiculaire à (AC) passant par A

a) Donner une équation cartésienne de Q

b) Montrer que P et Q sont perpendiculaires suivant (AB)

4) Soit S_m l'ensemble des points M (x, y ,z) tels que :

$x^2+y^2+z^2-2x-2my+4z+4=0 \quad (m\in\mathbb{R})$

a) Montrer que pour tout réel m , S_m et une sphère dont on précisera le centre I_m et le rayon R_m

b) Montrer que l'ensemble des points I_m lorsque m varie dans $\mathbb{R}$, est la droite (AB)

Problème

Soit f la fonction définie sur $\left]-2\,,+\infty\right[$ par $f(x)=\mathrm{Log}\left(x+2\right)$

et soit (C) sa courbe représentative dans un R.O.N $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/ Dresser le tableau de variation de f.

2/ Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $\left]-1\,,+\infty\right[$ une solution unique notée α

Vérifier que $1,1 < \alpha < 1,2$

3/ Tracer (C)

4/ a) Montrer que f admet une fonction réciproque définie sur IR ,on la note f^{-1}

b) Tracer la courbe de f^{-1} dans le même repère

c) En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f^{-1}(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f^{-1}(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f^{-1}(x)}{x}$

5/ Soit U la suite réelle définie sur IN par :

$$\begin{cases} u_0=5 \\ u_{n+1}=f(U_n) \end{cases}$$

a) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$,on a $U_n>\alpha$
b) Montrer que la suite U est décroissante
c) En déduire que U est convergente
d) Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$